2.3 Détermination d'une solution particulière de l'équation différentielle complète. Résonance.

1. $\underline{X}(t) = X(t) + jY(t)$ avec $X(t) = X_m \cos(\omega t + \phi_x)$
$\Rightarrow \underline{X}(t) = X_m \cos(\omega t + \phi_x) + jX_m \sin(\omega t + \phi_x)$
$\Rightarrow \underline{X}(t) = X_m \exp[j(\omega t + \phi_x)]$
$\Rightarrow \underline{x}(t) = \underbrace{X_m \exp(j\phi_x)}_{amplitude\ complexe} \exp(j\omega t)$

2. $\frac{d\underline{X}(t)}{dt} = j\omega X_m \exp(j\phi_x)\exp(j\omega t) = j\omega \underline{X}(t)$
$\frac{d^2\underline{X}(t)}{dt^2} = -\omega^2 X_m \exp(j\phi_x)\exp(j\omega t) = -\omega^2 \underline{X}(t)$
$\Rightarrow$ En utilisant la représentation complexe, la dérivation par rapport au temps revient à multiplier par $j\omega$.
3. $\left(-\omega^2 + j\frac{\omega}{\tau_e} + \omega_0^2\right) X_m \exp(j\phi_x)\exp(j\omega t) = \frac{F_m}{m}\exp(j\phi_e)\exp(j\omega t)$

$$\Rightarrow X_m \exp(j\phi_x) = \frac{\frac{F_m}{m}\exp(j\phi_e)}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\frac{\omega}{\tau_e}}$$

$$\text{Module : } X_m = \frac{\frac{F_m}{m}}{\left[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2}{\tau_e^2}\right]^{\frac{1}{2}}}$$

$$\text{Argument : } \phi_x - \phi_e = \arctan\left[\frac{-\frac{\omega}{\tau_e}}{\omega_0^2 - \omega^2}\right]$$